3) $h(x)=f(x)$ *pour* $x\in\ ]0,1[$

a) h est continue est strictement décroissante sur $]0,1[$ elle réalise donc une bijective de $]0,1[$ sur

$J=h(]0,1[)=IR$

b) h est une bijection de $]0,1[$ sur IR comme $0\in IR$ alors il existe un unique réel α de $]0,1[$ tel que $h(\alpha)=0$

$h(0,5).h(0,6)=(+)(-)<0$

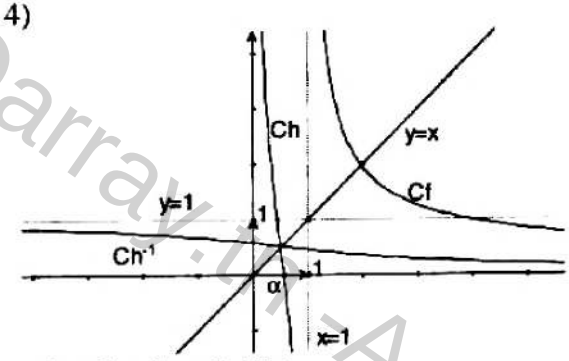
D'où $0,5<\alpha<0,6$

c) $f(]1,+\infty[)=]0,+\infty[$

$0\notin\ ]0,+\infty[$ d'où l'équation $f(x)=0$ n'a pas de solution dans $]1,+\infty[$ d'où

$(Cf)\cap(o,\vec{i})=\{A(\alpha,0)\}$

4)



5) $(C_h-1)=S_\Delta(C_h)$

avec $\Delta: y=x$

x	$-\infty$		$+\infty$
(h-1)'(x)		-	
h(x)	1	↘	0

6)

a) $h'(\alpha)=f'(\alpha)=\dfrac{-1}{\alpha^2}-\dfrac{1}{\alpha(Ln\alpha)^2}$

$h(\alpha)=0\Rightarrow\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{Ln\alpha}=0$

$\Rightarrow\boxed{Ln\alpha=-\alpha}$

D'où

$h'(\alpha)=\dfrac{-1}{\alpha^2}-\dfrac{1}{\alpha^3}=-\left(\dfrac{\alpha+1}{\alpha^3}\right)$

b) $h^{-1}(0)=\alpha$ *car* $h(\alpha)=0$

h est dérivables en α et

$h'(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha+1}{\alpha^3}\right)\neq 0$

D'où h^{-1} est dérivable en 0 et

$\left(h^{-1}\right)'(0)=\dfrac{1}{h'(\alpha)}=\dfrac{-\alpha^3}{1+\alpha}$

B/

$g(x)=2.f(x^2)\qquad x\in\ ]1,+\infty[$

1)

$f(x)-g(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{Lnx}-2f(x^2)$

$=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{Lnx}-2\left[\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{Ln(x^2)}\right]$

$=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{Lnx}-2\left[\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{2Lnx}\right]$

$=\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}$

2) $f(x)-g(x)=\dfrac{x-2}{x^2}$

x	1		2	$+\infty$
$f(x)-g(x)$	|	-	0	+
P.R	|	$\dfrac{(Cg)}{(Cf)}$	$(2,f(2))$	$\dfrac{(Cf)}{(Cg)}$

3) $x\in[2,+\infty[$

$MN=f(x)-g(x)=\dfrac{x-2}{x^2}$

Soit $\zeta(x)=\dfrac{x-2}{x^2}\qquad x\in[2,+\infty[$

$\zeta'(x)=\dfrac{4-x}{x^3}$

x	2		4		$+\infty$
$\zeta'(x)$	|	+	0	-	
$\zeta(x)$	0	↗	$\frac{1}{8}$	↘	0

$MN=\zeta(x)$ est maximale pour $x=4$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn